EJERCICIOS DE OPERACIONES DE AMORTIZACIÓN

Ejercicio 1

Se concede un préstamo personal de 8.000 euros amortizable en 10 años mediante términos amortizativos semestrales, donde las cuotas de amortización son idénticas en todos y cada uno de los períodos.

Dicho préstamo se ha pactado a un tanto nominal anual pagadero semestralmente del 6,5%. Con estos datos, se pide:

a) Cuantía de las cuotas de amortización constantes.
b) Capital pendiente de amortizar al finalizar el segundo año.
c) Cuantía del quinto término amortizativo.
d) Cuota de interés correspondiente al último término amortizativo.
e) Tanto efectivo de la operación pura.

Ejercicio 2

Dado un préstamo de las siguientes características:

- C_0: 9.000 euros
- Tanto nominal anual pagadero trimestralmente: 6%
- Duración: 10 años
- Términos amortizativos trimestrales constantes
- Comisión de apertura: 1%

En estas condiciones, se pide:

a) Cuantía de los términos amortizativos
b) Capital pendiente de amortizar al principio del cuarto año
c) Capital pendiente de amortizar al finalizar el décimo año
d) Cuantía de la primera y la cuarta cuotas de amortización
e) Cuantía de la decimotercera cuota de interés
f) Tanto efectivo de la operación pura.
g) Tanto efectivo de coste y de rendimiento. ¿Coinciden? ¿Por qué?

Ejercicio 3

Se concede un préstamo de 5.000 euros para ser amortizado a lo largo de diez años mediante el abono de una anualidad constante a partir del quinto año, pagándose únicamente las correspondientes cuotas de interés durante los cuatro primeros periodos.

Si el rédito anual de valoración, constante a lo largo de toda la operación, es del 9%, determínese:

a) Cuantía de las anualidades constantes que permiten amortizar el préstamo
b) Capital vivo al principio del sexto año
c) Capital amortizado durante los seis primeros años
d) Composición del término amortizativo del octavo año (desglose en cuota de interés y cuota de amortización).

Ejercicio 4

En un préstamo definido por:

- C_0: 25.000 euros
- Tanto nominal anual pagadero mensualmente: 6,50%
- Duración: 8 años
- Términos amortizativos mensuales constantes
- Comisión de apertura: 1%
- Comisión de cancelación anticipada: 1,5%

Con estos datos, obténgase:

a) Cuantía de los términos amortizativos mensuales.
b) Capital vivo al principio del quinto año.
c) Descomposición del sexto término amortizativo.
d) Variación del saldo entre el 4º y 5º año.
e) Tanto efectivo de coste para el prestatario si la operación llega a término.
f) Tanto efectivo de coste si la operación se cancela a los cinco años.

Ejercicio 5

Dada una operación de amortización de 40.000€ a diez años y valorada en capitalización compuesta al 4,2 % nominal anual, obténgase la cuantía de los términos amortizativos y el valor de la reserva a los tres años en los siguientes casos:

a) Términos anuales constantes.
b) Términos mensuales constantes.
c) Términos anuales crecientes en progresión geométrica un 3% cada año.
d) Términos anuales crecientes en progresión geométrica un 4,2% cada año.
e) Términos mensuales crecientes un 0,15 % cada mes.
f) Términos mensuales constantes durante el año y crecientes un 3 % interanualmente.

Ejercicio 6

En un préstamo hipotecario definido por:

- Co = 75.000€.
- n = 15 años.
- Tipo de interés nominal anual: 9%.
- Términos amortizativos mensuales constantes durante el año pero crecientes cada año un 2% en progresión geométrica.
- Comisión de apertura: 1% s/ Co.
- Comisión de cancelación anticipada: 2% sobre el capital que se amortiza.
- Gastos iniciales de hipoteca (unilaterales y a cargo del prestatario): 2.000€.

Determínese:

a) Cuantía de los términos amortizativos de los dos primeros años.
b) El capital vivo al final del quinto año.
c) Tanto efectivo de coste y tanto de rendimiento si la operación llega a término.

Ejercicio 7

Transcurridos 5 años, el prestatario del problema anterior (6), decide cancelar anticipadamente la operación para beneficiarse del descenso sufrido por los tipos de interés. Por ello, analiza la oferta de una entidad bancaria que otorga préstamos en las siguientes condiciones:

- Cuantía del préstamo: hasta 90.000€.
- Plazo máximo de la operación: 12 años.
- Términos amortizativos mensuales constantes.
- Tipo de interés nominal: 6% fijo para toda la operación.
- Gastos iniciales bilaterales a cargo de prestatario: 1,5% sobre el capital prestado.
- Gastos iniciales unilaterales a cargo de prestatario: 2.000€

En estas condiciones, obténgase:

a) Términos amortizativos de esta operación en el supuesto de que la cuantía del préstamo sea la cantidad necesaria para cancelar la operación anterior y la duración de la nueva operación sea de 10 años.

b) Tanto efectivo de coste de la financiación conjunta si se decide a llevar a cabo la cancelación del préstamo original y concertación del nuevo. ¿Le ha compensado cancelar anticipadamente el préstamo original para contratar éste?

Ejercicio 8

El Sr. Pérez concertó con el Banco Rojo la siguiente operación de préstamo:

- t_0 = 15.11.03
- C_0 = 60.000 euros
- n = 10 años
- Tipo de interés nominal fijo para toda la operación: 7,00%
- Términos amortizativos mensuales constantes.
- Gastos iniciales bilaterales a cargo del prestatario: 1,50% s/C_0

En estas condiciones, obténgase:

1) Cuantía de los términos amortizativos

2) Si el 15.11.05 se plantea llevar a cabo una amortización parcial de la operación por importe de 8.000 euros, analícense las siguientes posibilidades:

   a) Cuantía de los nuevos términos amortizativos si opta por dedicar el capital adicional a disminuir su cuantía.

   b) Modificación sufrida por la operación en caso de que mantenga la misma cuantía de los términos y opte por reducir la duración.

3) Tanto efectivo de coste en ambos supuestos, teniendo en cuenta que la modificación de las condiciones contractuales está penalizada con un 1% de la cuantía amortizada anticipadamente.

Ejercicio 9

C_0= 36.000€.
Tipo de interés indexado.
Períodos de interés anuales.
Tipo de interés nominal aplicable al 1[er.] período: 4,8%.
Resto de la operación: Valor del índice de referencia más un diferencial de 0,75 puntos porcentuales.
Tipo de interés nominal máximo (cap): 7%
Tipo de interés nominal mínimo (floor): 3,5%
Gastos iniciales bilaterales a cargo de prestatario: 1% s/C_0.

Con tres posibles modalidades:

A) Términos amortizativos mensuales constantes y duración máxima 5 años. En este caso, hay dos posibilidades:

   A.1) Los términos amortizativos constantes serán de 600 euros al mes.
   A.2) Los términos amortizativos constantes serán de 1000 euros al mes.

B) Cuotas de amortización mensuales constantes y 5 años de duración.

C) Términos amortizativos mensuales, constantes durante el año y variables de año a año según la evolución del índice de referencia y 5 años de duración.

Obtenga los términos amortizativos bajo las tres modalidades sabiendo que el valor tomado por el índice de referencia ha sido:

$$i_{r_2} = 0.02\,;\ i_{r_3} = 0.04\,;\ i_{r_4} = 0.055\,;\ i_{r_5} = 0.0675\,.$$

Asimismo, obtenga el tanto efectivo de coste asociado a cada caso en particular.

Ejercicio 10

El Sr. Martínez concertó, el 13.02.02, una operación de préstamo hipotecario con el Banco Azul en las siguientes condiciones:

- C_o : 72.000€.
- n : 15 años.
- Tipo de interés indexado. Períodos de interés anuales.
- Tanto nominal del primer período: 5,25%.
- Resto: índice de referencia más 1,75 puntos.
- Términos amortizativos mensuales constantes.
- Comisión de apertura: 1,75% s/C0.
- Comisión de cancelación anticipada: 1% s/CS.
- Gastos iniciales de hipoteca: 1.800€.

En febrero de 2.004, el Sr. Martínez, se planteó la cancelación de la operación anterior para acogerse a una oferta del Banco Sur que ofrecía préstamos a tipo fijo en las siguientes condiciones:

- Tipo nominal: 6%.
- Comisión de apertura: 1% s/C0.
- Comisión de cancelación anticipada: 2,5% s/CS.
- Duración máxima: 12 años.

En estas condiciones, se pide:

a) Términos amortizativos del préstamo inicial durante los dos primeros años de la operación sabiendo que el valor del índice de referencia para el segundo año ha sido del 4,75%.

b) Valor de cancelación del préstamo inicial a 13.02.04

c) Términos amortizativos de los dos primeros años, de la nueva operación de préstamo con el Banco Sur, si la duración es de 12 años, los términos son semestrales constantes durante el año y crecientes anualmente un 2% acumulativo y la cuantía solicitada es la cantidad necesaria para cancelar la operación inicial.

SOLUCIONES

Ejercicio 1

a) La cuantía de la cuota de amortización se obtiene dividiendo el capital prestado entre el número de cuotas de amortización. En este caso tenemos 20 pagos semestrales, por tanto:

$$A = \frac{C_0}{n} = \frac{8.000}{20} = 400 \text{ euros}$$

b) $C_4 = (n-s)\cdot A = (20-4)\cdot 400 = 6.400$ euros

c) $a_5 = I_5 + A = C_4 \cdot i^{(2)} + A = 6400 \cdot 0{,}0325 + 400 = 608$ euros

d) $I_{20} = C_{19} \cdot i^{(2)} = 400 \cdot 0{,}0325 = 13$ euros

e) $i = \left(1+i^{(2)}\right)^2 - 1 = (1+0{,}0325)^2 - 1 = 0{,}066056$

Ejercicio 2

a) $j(4) = 0{,}06 \Rightarrow i^{(4)} = \dfrac{j(4)}{4} = \dfrac{0{,}06}{4} = 0{,}015$

Por tanto:

$$9.000 = a \cdot a_{\overline{40}|0{,}015} = a \cdot \frac{1-(1+0{,}015)^{-40}}{0{,}015} \Rightarrow a = 300{,}84$$

b) El principio del cuarto año coincide con el final del tercer año, es decir final del trimestre 12

$$C_{12} = 300,84 \cdot a_{\overline{28}|0,015} = 330,84 \cdot \frac{1-(1+0,015)^{-28}}{0,015} = 6837,19$$

c) Cero porque la operación ya ha finalizado (nadie le debe nada a nadie).

d) $a = I_1 + A_1 \rightarrow A_1 = a - I_1 = 330,84 - 9000 \cdot 0,015 = 165,84$

$A_4 = 173,42 = A_1 \cdot (1+i^{(4)})^3$

e) $I_{13} = C_{12} \cdot i^{(4)} = 6837,19 \cdot 0,015 = 102,56$

f) $i = \left(1 + i^{(4)}\right)^4 - 1 = (1+0,015)^4 - 1 = 0,06136655$

g) $9.000 \cdot (1 - 0,01) = 330,84 \cdot a_{\overline{40}|i_p^{(4)}}$

$i_p = \left(1 + i_p^{(4)}\right)^{12} - 1 = 0,06367343$ (se resuelve con Excel)

$i_a = i_p = 0,06367343$ Coinciden porque la única característica comercial que aparece en la operación –comisión de apertura– es de tipo bilateral.

Ejercicio 3

a) $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = C_0 \cdot i = 5.000 \cdot 0,09 = 450$ euros los cuatro primeros años

Resto periodos:

$$5.000 = a \cdot a_{\overline{6}|0,09} = a \cdot \frac{1-(1+0,09)^{-6}}{0,09} \Rightarrow a = 1.114,60 \text{ euros}$$

b) El principio del sexto año coincide con el final del quinto año, después de haber pagado el correspondiente término amortizativo. Por lo tanto,

$$C_5 = 1.114,60 \cdot a_{\overline{5}|0,09} = 1.114,60 \cdot \frac{1-(1+0,09)^{-5}}{0,09} = 4.335,40 \text{ euros}$$

c)

$$M_6 = C_0 - C_6 = 9.000 - 1.114,60 \cdot a_{\overline{4}|0,09} = 9.000 - 1.114,60 \cdot \frac{1-(1+0,09)^{-4}}{0,09} = 1.389,01$$

Otra forma de obtenerlo: $M_6 = \sum_{h=1}^{6} A_h = \underbrace{A_1 + A_2 + A_3 + A_4}_{=0} + A_5 + A_6 = A_5 + A_6$

Dado que $A_5 = a - C_4 \cdot i = 1.114,60 - 5000 \cdot 0,09 = 664,6$

y como $A_6 = A_5 \cdot (1+i) = 664,6 \cdot 1,09 = 724,41$

Por lo que: $M_6 = A_5 + A_6 = 1389,01$

d) $I_8 = C_7 \cdot i = \left(1.114,60 \cdot a_{\overline{3}|0,09}\right) \cdot 0,09 = 253,92$

Por lo que $A_8 = a - I_8 = 1.114,60 - 253,92 = 860,68$

Así pues: 1.114,60 = 253,92 + 860,68 ($a_8 = I_8 + A_8$)

Ejercicio 4

a) $j(12) = 0{,}065 \Rightarrow i^{(12)} = \dfrac{j(12)}{12} = \dfrac{0{,}065}{12} = 0{,}005416667$

$$25.000 = a \cdot a_{\overline{96}|0{,}005416667} = a \cdot \frac{1-(1+0{,}005416667)^{-96}}{0{,}005416667} \Rightarrow a = 334{,}66$$

b) El principio del quinto año, es el final del año cuarto, es decir final del mes 48

$$C_{48} = 334{,}66 \cdot a_{\overline{48}|0{,}005416667} = 334{,}66 \cdot \frac{1-(1+0{,}005416667)^{-48}}{0{,}005416667} = 14.111{,}60$$

c) $a = I_6 + A_6$

$$I_6 = C_5 \cdot i^{(12)} = 23.992{,}95 \cdot 0{,}005416667 = 129{,}96$$

$$C_5 = 334{,}66 \cdot a_{\overline{91}|0{,}005416667} = 334{,}66 \cdot \frac{1-(1+0{,}005416667)^{-91}}{0{,}005416667} = 23.992{,}95$$

$$A_6 = a - I_6 = 334{,}66 - 129{,}96 = 204{,}69$$

d) Suponemos que la variación del saldo es entre final del año 4 y final del año 5. Por tanto será igual a $C_{60} - C_{48}$.

$C_{48} = 14.111{,}60$ (apartado b)

$$C_{60} = 334{,}66 \cdot a_{\overline{36}|0{,}005416667} = 334{,}66 \cdot \frac{1-(1+0{,}005416667)^{-36}}{0{,}005416667} = 10.918{,}98$$

$C_{60} - C_{48} = 10.918{,}98 - 14.114{,}60 = -3.192{,}62$ La reserva ha disminuido en 3.192,62 euros

e) Comisión bilateral: $0{,}01 \cdot 25.000 = 250$

$$25.000 - 250 = 334{,}66 \cdot a_{\overline{96}|i_p^{(12)}}$$

$$i_p^{(12)} = 0{,}005644872672 \Rightarrow i = (1+0{,}005644872672)^{12} - 1 = 0{,}0698816137$$

f) Comisión de cancelación del 1,5% sobre la reserva. $0{,}015 \cdot 10.918{,}98 = 163{,}78$

$$25.000 - 250 = 334{,}66 \cdot a_{\overline{60}|i_p^{(12)}} + (10.918{,}98 + 163{,}78) \cdot \left(1 + i_p^{(12)}\right)^{-60}$$

$$i_p^{(12)} = 0{,}005800317762 \Rightarrow i = (1+0{,}005800317762)^{12} - 1 = 0{,}071867793645$$

Ejercicio 5

a)

$$40.000 = a \cdot a_{\overline{10}|0{,}042} \Rightarrow a = 4.980{,}86$$

$$C_3 = 4.980{,}86 \cdot a_{\overline{7}|0{,}042} = 29.675{,}68$$

b)

$$40.000 = a \cdot \mathrm{a}_{\overline{120}|0,0035} \Rightarrow a = 408,79$$

$$C_{36} = 403,62 \cdot \mathrm{a}_{\overline{120-36}|0,0035} = 29.706,54$$

c)

$$40.000 = A(a;1,03)_{\overline{10}|0,042} = a \cdot \frac{1-(1+0,042)^{-10} \cdot 1,03^{10}}{1+0,042-1,03} \Rightarrow a = 4.388,59$$

$$C_3 = A\left(4.388,59 \cdot 1,03^3;1,03\right)_{\overline{10-3}|0,042} = 31.123,73$$

d)

$$40.000 = A(a;1,042)_{\overline{10}|0,042} = a \cdot 10 \cdot (1,042)^{-1} \Rightarrow a = 4.168$$

$$C_3 = A\left(4.168 \cdot 1,042^3;1,042\right)_{\overline{10-3}|0,042} = 4.168 \cdot 1,042^3 \cdot 7 \cdot (1,042)^{-1} = 31.678,25$$

e)

$$40.000 = A(a;1,0015)_{\overline{120}|0,0035} \Rightarrow a = 375,76$$

$$C_{36} = A\left(375,76 \cdot (1,0015)^{36};1,015\right)_{\overline{120-36}|0,0035} = 30.595,63$$

f)

$$40.000 = A(12a;1,03)_{\overline{10}|0,042818} \cdot \frac{0,042818}{0,042} = 12 \cdot a \cdot \frac{1-(1+0,042818)^{-10} \cdot 1,03^{10}}{1+0,042818-1,015} \cdot \frac{0,042818}{0,042} \Rightarrow a = 360,25$$

$$C_3 = A\left(12 \cdot 360,25 \cdot (1,03)^3;1,03\right)_{\overline{10-3}|0,042818} \cdot \frac{0,042818}{0,042} = 31.159,14$$

Ejercicio 6

a) $$75.000 = A(12a;1,02)_{\overline{15}|0,0938} \cdot \frac{0,0938}{0,09} = 12 \cdot a \cdot \frac{1-(1+0,0938)^{-15} \cdot 1,02^{15}}{1+0,0938-1,02} \cdot \frac{0,0938}{0,09} \Rightarrow a = 681,58$$

Pago mensual durante primer año: $a = 681,58$

Pago mensual durante segundo año: $a \cdot q = 681,58 \cdot 1,02 = 695,21$

b) $$C_5 = A\left(12 \cdot 681,58 \cdot (1,02)^5;1,02\right)_{\overline{10}|0,0938} \cdot \frac{0,0938}{0,09} = 64.109,95$$

c)

Tanto efectivo de coste:

$$75.000 - 2.750 = A(12 \cdot 681,58;1,02)_{\overline{15}|i_p} \cdot \frac{i_p}{j_p^{(12)}} = A(12 \cdot 681,58;1,02)_{\overline{15}|i_p} \frac{1-(1+i_p)^{-15} \cdot 1,02^{15}}{(1+i_p)-1,02} \cdot \frac{i_p}{j_p^{(12)}}$$

$$(1+i_p) = \left(1 + \frac{j_p^{(12)}}{12}\right)^{12}$$

$i_p = 0{,}100416$

Tanto efectivo de rendimiento:

$$75.000 - 750 = A(12 \cdot 681{,}58;1{,}02)_{\overline{15}|i_a} \cdot \frac{i_a}{j_a^{(12)}} = A(12 \cdot 681{,}58;1{,}02)_{\overline{15}|i_a} \frac{1-(1+i_a)^{-15} \cdot 1{,}02^{15}}{(1+i_a)-1{,}02} \cdot \frac{i_a}{j_a^{(12)}}$$

$$(1+i_a) = \left(1 + \frac{j_a^{(12)}}{12}\right)^{12}$$

$i_a = 0{,}09557$

Ejercicio 7

a) La reserva a los 5 años de la operación anterior es: $C_5 = 64.109{,}95$

Comisión de cancelación: $0{,}02 \cdot 64.109{,}95 = 1.282{,}20$

Valor de cancelación: $64.109{,}95 + 1.282{,}20 = 65.392{,}15$

$$j(12) = 0{,}06 \Rightarrow i^{(12)} = \frac{0{,}06}{12} = 0{,}005$$

$$65.392{,}15 = a \cdot a_{\overline{120}|0{,}005} \Rightarrow a = 725{,}99$$

b)

$$75.000 - 2.750 = A(12 \cdot 681{,}58;1{,}02)_{\overline{5}|i_p} \cdot \frac{i_p}{j_p^{(12)}} + \left[725{,}99 \cdot a_{\overline{120}|i_p^{(12)}} + 0{,}015 \cdot 65.392{,}15 + 2.000\right] \cdot \left(1+i_p^{(12)}\right)^{-60}$$

$$= A(12 \cdot 681{,}58;1{,}02)_{\overline{5}|i_p} \frac{1-(1+i_p)^{-5} \cdot 1{,}02^{5}}{(1+i_p)-1{,}02} \cdot \frac{i_p}{j_p^{(12)}} + \left[725{,}99 \cdot a_{\overline{120}|i_p^{(12)}} + 0{,}015 \cdot 65.392{,}15 + 2.000\right] \cdot \left(1+i_p^{(12)}\right)^{-60}$$

$$i_p^{(12)} = 0{,}0075607 \Rightarrow i_p = (1+0{,}0075607)^{12} - 1 = 0{,}094598$$

El tanto de coste de la operación conjunta es inferior al de la operación original sin cancelación, por lo que, empleando el tanto efectivo de coste como criterio para decidir la conveniencia o no de la sustitución del préstamo, se observa que la reducción del tipo de interés del segundo préstamo sí consigue compensar los costes totales asociados al cambio de préstamo. Un apartado adicional sobre este ejercicio podría consistir en averiguar los gastos asociados a la originación del nuevo préstamo que harían indiferente la decisión de cancelar o no el préstamo original.

Ejercicio 8

a) a = 696,65

b.1) Reducción cuantía e idéntica duración: a’ = 587,58 b.2) Nueva duración: n = 76,96 meses. Se plantean pues dos posibilidades:

b.2.1) Pagar un total de 77 términos: 76 términos de cuantía a = 696,64 y un último término de cuantía inferior (a’ = 671,74)

b.2.1) Pagar un total de 76 términos: 75 términos de cuantía a = 696,64 y un último término de cuantía superior (a’ = 1364,50)

c)

Para el caso b.1) i_p = 7,66%

Para el caso b.2) i_p = 7,71%

Ejercicio 9

A.1) a = 600 euros/mes

Primer año:

$$j_1(12) = 0{,}048 \Rightarrow i_1^{(12)} = \frac{0{,}048}{12} = 0{,}004$$

$$a_1 = 600$$

$$C_{12} = C_0\left(1+i_1^{(12)}\right)^{12} - a \cdot S_{\overline{12}|i_1^{(12)}} = 30.406{,}00$$

Nótese que <u>en este caso</u> sólo puede emplearse el método retrospectivo (y, obviamente, el recurrente) para calcular la reserva, pero <u>NO puede emplearse el método prospectivo</u>.

Segundo año:

$$a = 600$$

$$j_2^{(12)} = i_{r_2} + 0{,}0075 = 0{,}02 + 0.0075 = 0{,}0275 \prec 0{,}035 \quad \rightarrow \quad i_2^{(12)} = \frac{0{,}035}{12} = 0{,}0029166$$

$$C_{24} = C_{12} \cdot \left(1+i_2^{(12)}\right)^{12} - a \cdot S_{\overline{12}|i_2^{(12)}} = 30.406{,}00 \cdot (1{,}0029166)^{12} - 600 \cdot S_{\overline{12}|0{,}0029166} = 24.170{,}81$$

Tercer año:

$$a = 600$$

$$j_3^{(12)} = i_{r_3} + 0{,}0075 = 0{,}04 + 0{,}0075 = 0{,}0475 \quad \rightarrow \quad i_3^{(12)} = \frac{0{,}0475}{12} = 0{,}00395833$$

$$C_{36} = C_{24} \cdot \left(1+i_3^{(12)}\right)^{12} - a \cdot S_{\overline{12}|i_3^{(12)}} = 24.170{,}81 \cdot (1{,}00395833)^{12} - 600 \cdot S_{\overline{12}|0{,}00395833} = 17.985{,}42$$

Cuarto año:

$$a = 600$$

$$j_4^{(12)} = i_{r_4} + 0{,}0075 = 0{,}055 + 0{,}0075 = 0{,}0625 \quad \rightarrow \quad i_4^{(12)} = 0{,}00520833$$

$$C_{48} = C_{36} \cdot \left(1+i_4^{(12)}\right)^{12} - a \cdot S_{\overline{12}|i_4^{(12)}} = 17.985{,}42 \cdot (1{,}00520833)^{12} - 600 \cdot S_{\overline{12}|0{,}00520833} = 11.732{,}40$$

Quinto año:

$a = 600$

$$j_5^{(12)} = i_{r_5} + 0{,}0075 = 0{,}0675 + 0{,}0075 = 0{,}075 \succ 0{,}07\ (cap) \quad \rightarrow \quad i_5^{(12)} = \frac{0{,}07}{12} = 0{,}005833$$

$$C_{60} = C_{48} \cdot \left(1 + i_5^{(12)}\right)^{12} - a \cdot S_{\overline{12}|i_5^{(12)}} = 11.732{,}40 \cdot (1{,}005833)^{12} - 600 \cdot S_{\overline{12}|0{,}005833} = 5.144{,}98$$

Como se ha llegado al final de la operación y no se ha cancelado el préstamo en su totalidad con los pagos programados, es necesario un pago adicional en este momento para cancelar el préstamo:

Así pues, el último pago será de 600 + 5,144,98 = 5.744,98

Tanto efectivo de coste:

Gastos iniciales bilaterales: $0{,}01 \cdot 36.000 = 360$

$$36.000 \cdot (1 - 0{,}01) = 600 \cdot \mathrm{a}_{\overline{59}|i_p^{(12)}} + 5.744{,}98 \cdot \left(1 + i_p^{(12)}\right)^{-60}$$

$$i_p^{(12)} = 0{,}0043073 \rightarrow i_p = 0{,}052929$$

A.2) a = 1.000 euros/mes

Primer año:

$$j_1(12) = 0{,}048 \Rightarrow i_1^{(12)} = \frac{0{,}048}{12} = 0{,}004$$

$a_1 = 1.000$

$$C_{12} = C_0\left(1 + i_1^{(12)}\right)^{12} - a \cdot S_{\overline{12}|i_1^{(12)}} = 25.498{,}98$$

Al igual que antes, sólo puede emplearse el método retrospectivo (y, obviamente, el recurrente) para calcular la reserva, pero NO puede emplearse el método prospectivo.

Segundo año:

$a = 1{,}000$

$$j_2^{(12)} = i_{r_2} + 0{,}0075 = 0{,}02 + 0{,}0075 = 0{,}0275 \prec 0{,}035 \quad \rightarrow \quad i_2^{(12)} = \frac{0.035}{12} = 0{,}0029166$$

$$C_{24} = C_{12} \cdot \left(1 + i_2^{(12)}\right)^{12} - a \cdot S_{\overline{12}|i_2^{(12)}} = 25.498{,}98 \cdot (1{,}0029166)^{12} - 1.000 \cdot S_{\overline{12}|0{,}0029166} = 14.211{,}51$$

Tercer año:

$a = 1{,}000$

$j_3^{(12)} = i_{r_3} + 0{,}0075 = 0{,}04 + 0{,}0075 = 0{,}0475 \quad \rightarrow \quad i_3^{(12)} = \dfrac{0{,}0475}{12} = 0{,}00395833$

$C_{36} = C_{24} \cdot \left(1 + i_3^{(12)}\right)^{12} - a \cdot S_{\overline{12}|i_3^{(12)}} = 14.211{,}51 \cdot \left(1{,}00395833\right)^{12} - 1.000 \cdot S_{\overline{12}|0{,}00395833} = 2.636{,}72$

Se observa que, al ser la deuda bastante pequeña, no hará falta estar pagando durante un año 1000 euros al mes para poder cancelarla. En efecto, si siguiésemos pagando dicha cantidad, observaríamos que la reserva al final del cuarto año sería negativa:

Cuarto año:

$a = 1{,}000$

$j_4^{(12)} = i_{r_4} + 0{,}0075 = 0{,}055 + 0{,}0075 = 0{,}0625 \quad \rightarrow \quad i_4^{(12)} = 0{,}00520833$

$C_{48} = C_{36} \cdot \left(1 + i_4^{(12)}\right)^{12} - a \cdot S_{\overline{12}|i_4^{(12)}} = 2.636{,}72 \cdot \left(1{,}00520833\right)^{12} - 1.000 \cdot S_{\overline{12}|0{,}00520833} = -9.543{,}46$

Así pues, realmente habrá que calcular cuando se produce el final de la operación:

A partir de la reserva al final del tercer año, vamos calculando las reservas sucesivas mes a mes durante el cuarto año de la operación:

$j_4^{(12)} = i_{r_4} + 0{,}0075 = 0{,}055 + 0{,}0075 = 0.0625 \quad \rightarrow \quad i_4^{(12)} = 0{,}00520833$

$C_{37} = C_{36} \cdot \left(1 + i_4^{(12)}\right) - a = 2.636{,}72 \cdot \left(1{,}00520833\right) - 1.000 = 1.650{,}45$

$C_{38} = C_{37} \cdot \left(1 + i_4^{(12)}\right) - a = 1.650{,}45 \cdot \left(1{,}00520833\right) - 1.000 = 659{,}05$

$C_{39} = C_{38} \cdot \left(1 + i_4^{(12)}\right) - a = 659{,}05 \cdot \left(1{,}00520833\right) - 1.000 = -337{,}51$

Esto indica que el pago 39 no será de 1.000 euros sino de la cantidad necesaria para cancelar la operación.

En concreto:

$a_{39} = C_{38} \cdot \left(1 + i_4^{(12)}\right) = 659{,}05 \cdot \left(1{,}00520833\right) = 662{,}49$

Tanto efectivo de coste:

Gastos iniciales bilaterales: $0{,}01 \cdot 36.000 = 360$

$36.000 \cdot \left(1 - 0{,}01\right) = 1.000 \cdot \mathrm{a}_{\overline{38}|i_p^{(12)}} + 662{,}49 \cdot \left(1 + i_p^{(12)}\right)^{-39}$

$i_p^{(12)} = 0{,}0041671 \rightarrow i_p = 0{,}05116674$

B) Cuotas de amortización mensuales constantes:

$$A = \frac{C_0}{n} = \frac{36.000}{60} = 600$$

En este caso los términos amortizativos son decrecientes en progresión aritmética de razón $-A \cdot i^{(12)}$ dentro de cada periodo de interés. Al cambiar de periodo de interés, se rompe la ley de recurrencia.

Primer año:

$$j_1(12) = 0{,}048 \Rightarrow i_1^{(12)} = \frac{0{,}048}{12} = 0{,}004$$

$$a_1 = 36.000 \cdot 0{,}004 + 600 = 744$$
$$a_2 = (36.000 - 600) \cdot 0{,}004 + 600 = 741{,}6$$
$$a_3 = (36.000 - 2 \cdot 600) \cdot 0{,}004 + 600 = 739{,}2$$
$$\vdots$$
$$a_{12} = (36.000 - 11 \cdot 600) \cdot 0{,}004 + 600 = 717{,}6$$

Segundo año:

$$j_2^{(12)} = i_{r_2} + 0{,}0075 = 0.02 + 0{,}0075 = 0{,}0275 \prec 0{,}035 \quad \rightarrow \quad i_2^{(12)} = \frac{0{,}035}{12} = 0{,}0029166$$

$$a_{13} = (36.000 - 12 \cdot 600) \cdot 0{,}0029166 + 600 = 684$$
$$\vdots$$
$$a_{24} = (36.000 - 23 \cdot 600) \cdot 0{,}0029166 + 600 = 664{,}75$$

Tercer año:

$$j_3^{(12)} = i_{r_3} + 0{,}0075 = 0{,}04 + 0{,}0075 = 0{,}0475 \quad \rightarrow \quad i_3^{(12)} = \frac{0{,}0475}{12} = 0{,}00395833$$

$$a_{25} = (36.000 - 24 \cdot 600) \cdot 0{,}00395833 + 600 = 685{,}5$$
$$\vdots$$
$$a_{36} = (36.000 - 35 \cdot 600) \cdot 0{,}00395833 + 600 = 659{,}37$$

Cuarto año:

$$j_4^{(12)} = i_{r_4} + 0{,}0075 = 0{,}055 + 0{,}0075 = 0{,}0625 \quad \rightarrow \quad i_4^{(12)} = 0{,}00520833$$

$$a_{37} = (36.000 - 36 \cdot 600) \cdot 0{,}00520833 + 600 = 675$$
$$\vdots$$
$$a_{48} = (36.000 - 47 \cdot 600) \cdot 0{,}00520833 + 600 = 640{,}62$$

Quinto año:

$$j_5^{(12)} = i_{r_5} + 0{,}0075 = 0{,}0675 + 0{,}0075 = 0{,}075 \succ 0.07\ (cap) \quad \rightarrow \quad i_5^{(12)} = \frac{0{,}07}{12} = 0{,}005833$$

$$a_{49} = (36.000 - 48 \cdot 600) \cdot 0{,}005833 + 600 = 642$$
$$\vdots$$
$$a_{60} = (36.000 - 59 \cdot 600) \cdot 0{,}005833 + 600 = 603{,}5$$

Tanto efectivo de coste:

$$36.000 \cdot (1 - 0{,}01) = 744 \cdot \left(1 + i_p^{(12)}\right)^{-1} + 741{,}6 \cdot \left(1 + i_p^{(12)}\right)^{-2} + \cdots + 603{,}5 \cdot \left(1 + i_p^{(12)}\right)^{-60}$$

$$i_p^{(12)} = 0{,}0042466 \rightarrow i_p = 0{,}052166$$

C) Francés indexado

Primer año: $j_1(12) = 0{,}048 \Rightarrow i_1^{(12)} = \dfrac{0{,}048}{12} = 0{,}004$

$$36.000 = a \cdot a_{\overline{60}|0{,}004} \Rightarrow a = 676{,}07$$

Reserva al final del primer año: $C_{12} = 676{,}07\ a_{\overline{48}|0{,}004} = 29.472{,}79$

Segundo año:

- Tipo de interés del segundo año:

$$j_2^{(12)} = i_{r_2} + 0{,}005 = 0{,}02 + 0{,}0075 = 0{,}0275 \prec 0{,}035 \quad \rightarrow \quad i_2^{(12)} = \frac{0{,}035}{12} = 0{,}0029166$$

- Nuevos términos amortizativos: $29.472{,}79 = a_2 \cdot a_{\overline{48}|0{,}0029166} \quad \rightarrow \quad a_2 = 658{,}89$

Nótese que, como el tipo de interés nominal ha disminuido, también lo ha hecho ella cuantía de los términos amortizativos.

Reserva al final del segundo año: $C_{24} = 658{,}89 \cdot a_{\overline{36}|0{,}0029166} = 22.486{,}25$

Tercer año:

- Tipo de interés del tercer año

$$j_3^{(12)} = i_{r_3} + 0.0075 = 0{,}04 + 0{,}0075 = 0{,}0475 \quad \rightarrow \quad i_3^{(12)} = \frac{0{,}0475}{12} = 0{,}00395833$$

- Nuevos términos amortizativos: $22.486{,}25 = a_3 \cdot a_{\overline{36}|0{,}00395833} \quad \rightarrow \quad a_3 = 671{,}41$

Reserva al final del tercer año: $C_{36} = 671{,}41 \cdot a_{\overline{24}|0{,}00395833} = 15.343{,}22$

Cuarto año:

- Tipo de interés del cuarto año

$$j_4^{(12)} = i_{r_4} + 0{,}0075 = 0{,}055 + 0{,}0075 = 0{,}0625 \quad \rightarrow \quad i_4^{(12)} = 0{,}00520833$$

- Nuevos términos amortizativos: $15.343{,}22 = a_4 \cdot a_{\overline{24}|0{,}00520833} \quad \rightarrow \quad a_4 = 681{,}75$

Reserva al final del cuarto año: $C_{48} = 681{,}75 \cdot a_{\overline{12}|0{,}00520833} = 7.910{,}65$

Quinto año:

- Tipo de interés del quinto año

$$j_5^{(12)} = i_{r_5} + 0{,}0075 = 0{,}0675 + 0{,}0075 = 0{,}075 \succ 0.07\,(cap) \quad \rightarrow \quad i_5^{(12)} = \frac{0{,}07}{12} = 0{,}005833$$

- Nuevos términos amortizativos: $7.910{,}65 = a_5 \cdot a_{\overline{12}|0{,}005833} \quad \rightarrow \quad a_5 = 684{,}48$

Lógicamente, $C_{60} = 0$

Ecuación de equivalencia financiera:

$$36.000 \cdot (1 - 0{,}01) = 676{,}67 \cdot a_{\overline{12}|i_p^{(12)}} + 658{,}89 \cdot a_{\overline{12}|i_p^{(12)}} \cdot \left(1 + i_p^{(12)}\right)^{-12} + 671{,}41 \cdot a_{\overline{12}|i_p^{(12)}} \cdot \left(1 + i_p^{(12)}\right)^{-24} +$$
$$681{,}75 \cdot a_{\overline{12}|i_p^{(12)}} \cdot \left(1 + i_p^{(12)}\right)^{-36} + 684{,}48 \cdot a_{\overline{12}|i_p^{(12)}} \cdot \left(1 + i_p^{(12)}\right)^{-48}$$

$$i_p^{(12)} = 0{,}0042461 \rightarrow i_p = 0{,}052160$$

Ejercicio 10

a)
Primer año:

$$72.000 = a_1\, a_{\overline{180}|0,004375} = a_1 \cdot \frac{1-(1+0,043755)^{-180}}{0,004375} \Rightarrow a_1 = 578,79$$

$$C_{12} = 578,79\, a_{\overline{168}|0,004375} = 578,79 \cdot \frac{1-(1+0,004375)^{-168}}{0,004375} = 68.757,20$$

Segundo año:

Tipo de interés:

$$i_{r_2} = 4,75\% \Rightarrow j_2(12) = 4,75 + 1,75 = 6,5\% \qquad i_2^{(12)} = \frac{0,065}{12} = 0,005416666$$

Nuevos términos amortizativos

$$68.757,20 = a_2\, a_{\overline{168}|0,00541666785} = a_2 \cdot \frac{1-(1+0,00541666)^{-168}}{0,00541666} \Rightarrow a_2 = 624,38$$

b)

$$C_{24} = 624,38\, a_{\overline{156}|0,00541666} = 624,38 \cdot \frac{1-(1+0,00541666)^{-156}}{0,00541666} = 65.642,13$$

Valor de cancelación: $65.642,13 \cdot (1+0,01) = 66.298,55$

c)

$$66.298,55 = A^{(2)}(2 \cdot c; 1,02)_{\overline{12}|\,0,0609} = \frac{0,0609}{0,06} \cdot 2 \cdot c \cdot \frac{1-(1+0,0609)^{-12} \cdot 1,02^{12}}{1+0,0609-1,02} =$$

$$= 112,005098743337 \cdot c \Rightarrow c = \frac{66.298,39}{112,005098743337} = 3.551,55$$

Los términos amortizativos son para el primer año 3.551,55 euros semestrales y para el segundo año $3.551,55 \cdot 1,02 = 3.622,58$ euros semestrales.